

校名：中正高中國中部

指導老師：蘇秀媚

類別：數學類

題目：摺摺稱奇、環環相扣、心心相印三部曲

一、旨趣：透過動手摺紙與剪紙來學習數學立體圖形的點線面及托樸學概念，體會數學奧秘之處。

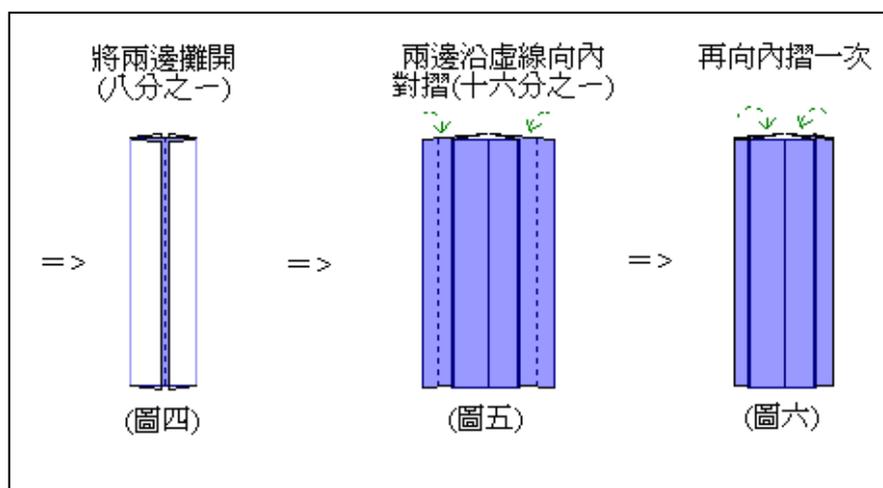
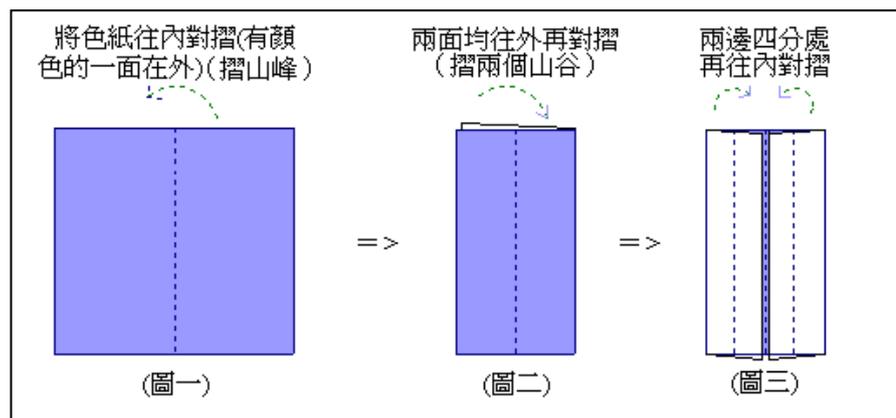
二、活動器材：色紙，剪刀，膠水，彩色筆。

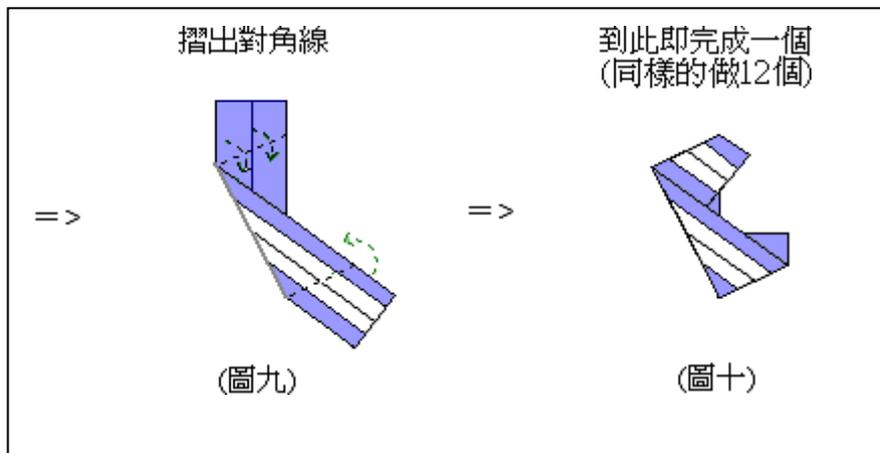
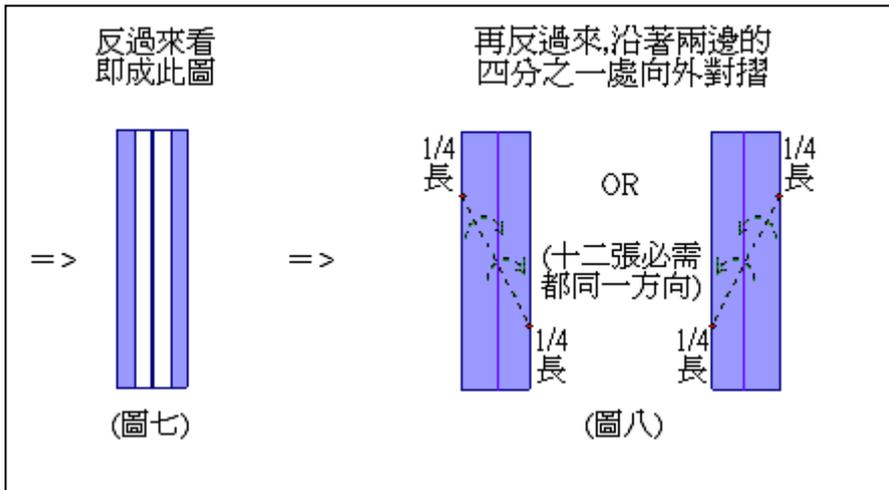
三、活動及製作過程：共分兩關，進行闖關活動。

第一關：摺摺稱奇

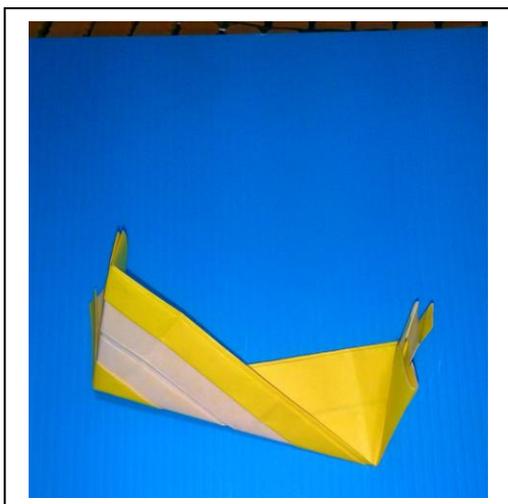
摺出正立方體：

製作流程如下：





任意將其中三個組成一個直角錐，再循序漸進地將十二個組成正方體，即可完成！

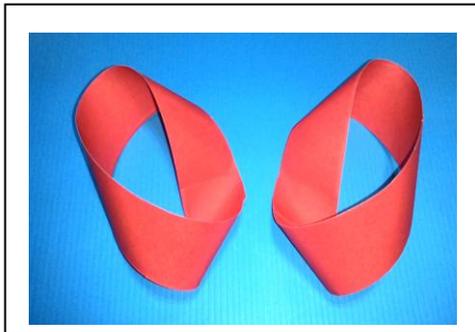
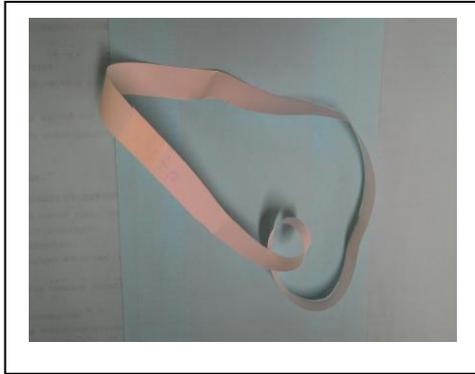


第二關：環環相扣，心心相印

模比斯環 (MOEBIUS BAND) 學習單

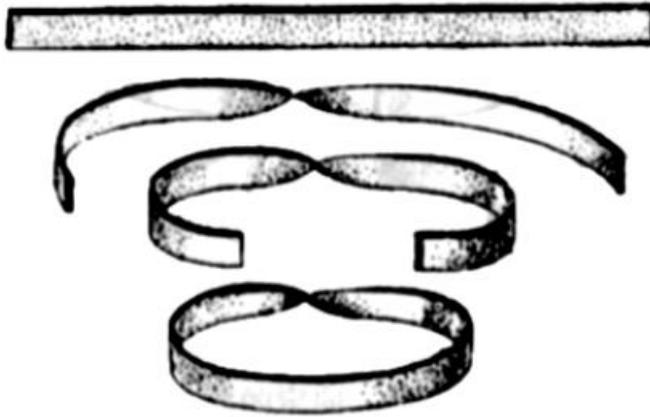
活動製作流程如下：

1. 取一條長紙條，將它扭轉半圈(即 180 度)，再將兩端黏上，便形成模比斯環。
2. 取一枝筆，在製作好的模比斯環的一半上畫上軌跡，觀察後，你發現什麼呢？
3. 將畫好的軌跡，沿線剪開，你發現什麼呢？
4. 若將模比斯環沿著距離右側的三分之一之寬的位置畫線，直到回到出發點為止，然後沿著這條線剪開會出現什麼結果呢？
5. 製作兩個模比斯環，並使兩者往反方向扭轉，接著把兩個環以互相垂直的方式黏合在一起，之後從中間剪開，會出現什麼結果呢？



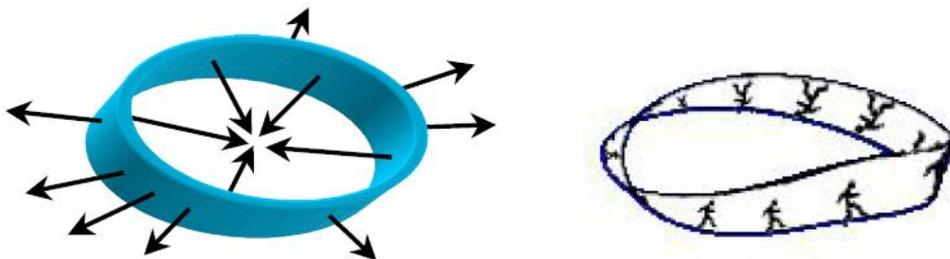
四、原理探討：

在 1862~1865 年，德國數學家莫比烏斯（Möbius）和利斯廷的著作中出現了一種有邊緣的曲面。它可以這樣得到：把長方形紙條扭轉一次，然後把兩端接起來。這樣得到的曲面叫做 Möbius 帶。



關於 Möbius 帶是怎樣發現的，有這樣一個故事：有一次，莫比烏斯在海濱度假。到了晚上，蒼蠅太多，使他難以入睡。於是他把黏蠅紙扭轉半圈，然後把兩端粘到一起，形成一個紙環。再把這樣的紙環掛在假期別墅的椽頭上。他臨時製作的捕捉蒼蠅的紙帶很管用，他睡覺沒有再受蒼蠅的干擾。早晨醒來，他的目光落在那個紙環上，驚訝地發現這條紙只有一個面，並且只有一條稜。著名的 Möbius 帶於是誕生。

A. 單側的曲面 這個扭轉一次紙帶所得到的 Möbius 帶有何特別的幾何性質呢？我們看下面 這個一般的紙環，在紙環內，垂直於紙面的一個法向量，總是由紙面指向圓形 紙環的環心處，在紙環外，垂直於紙面的一個法向量，總是指向外面；但是對 Möbius 帶而言，就沒有這種情形



對 Möbius 帶而言，它是一種單側的曲面。譬如說，在九章的標誌中，沿著帶子上移動的人，路途中會經過他移動的起始點，但是卻在另一側。如果他繼續移動，則會把整個 Möbius 帶都走遍。所以可以確定它沒有第二側

B. 從 Möbius 帶中間剪一刀 取一隻筆，在製作好的 Möbius 帶上畫上下圖中昆

蟲所走的軌跡，然後取一把剪刀，將 Möbius 帶沿軌跡剪開。您有什麼發現呢
從上面操作中發現，剪一刀後的Möbius帶並不會被分成兩個紙環，而是形成一個
更大的紙環。您知道為什麼嗎？

如果我們將Möbius帶的紙面寬畫上三等份，沿兩條等分線剪開，及結果會
如何？又剪三刀成為四等份呢？

