

# 數往知來 歷歷可數

指導老師：黃荷媚、涂善郁、盧沛丞、陳俞方

## 【關卡一】：十月圍丞

### 一、活動目的

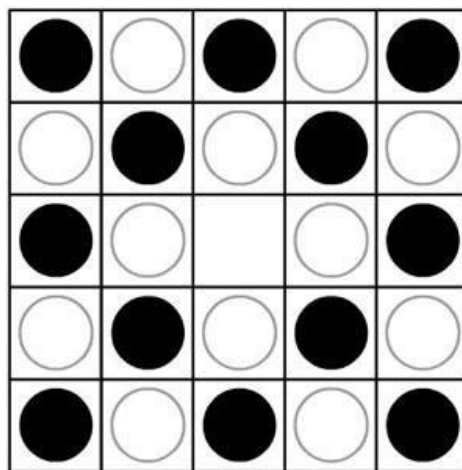
透過觀察自己與對手圍棋的移動，在方格中的進退中找出棋子間的組合規律，並研擬自己的邏輯策略，以了解「零和遊戲」的奧妙，藉此提升學生的數學邏輯推理能力。

### 二、活動器材

黑棋\*12 顆、白棋\*12 顆、棋盤\*1

### 三、活動過程

1. 擺開架式，黑白穿插擺成 5\*5 的方陣，並於中間空出一格。
2. 雙方猜拳，勝者可選擇擔任白棋(先手)或黑棋(後手)。
3. 擔任白棋的一方先移動，棋子可以向上、下、左、右移動，但需移動至空格內。
4. 雙方輪流移動，直至其中一方被另一方包圍使其無法移動為止，遊戲至此結束。

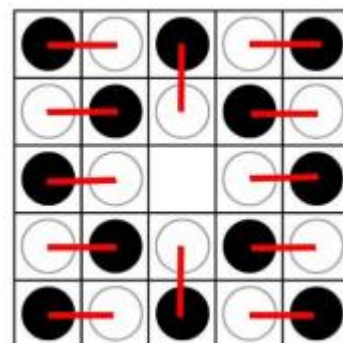


### 四、致勝關鍵探討

此遊戲為邏輯推理訓練遊戲。持白子的甲先移動，甲若將全部白色方格內的白子移動到黑色方格內（注意：此時這顆落在黑色方格的白子變成死棋，也就是不可能再被甲移動的棋子），而乙則將黑色方格內的黑子移動到白色方格內（同樣：落在白色方格的黑子也變成了死棋）。因為白色方格內的白子只有 12 顆，所以甲或乙最多只能移動 12 次，之後就無法移動了，也就是說，必有一方勝另一方負，這也是一種零和遊戲。

接下來，我們證明：後玩的乙也有必勝的策略。

拿出紅筆將黑白相鄰的棋子綁在一起分堆，共 12 堆，如右圖所示：當先玩的甲移動白子時，因為空格剛好落在這白子所在的格子，所以後玩的乙一定可以移動跟此白子綁在一塊的黑子，將它移動至那個空白格內。這告訴我們：只要甲能移動，乙就能跟著移動，但這遊戲有限回合（12 回合）就會結束，一定有勝負。因此，只要後玩的乙跟著分堆的配對玩，先玩的甲會輸。



## 【關卡二】：風雲起，「3和」動

### 一、活動目的

欲透過本活動增加學生對數字的敏銳度、覺察力與增進運算技巧，了解3的倍數之性質特性。

### 二、活動器材

護貝的數字1~13字卡、數字總和字卡(含是否為3的倍數提示)、計算機1台

### 三、活動過程

1. 列出1至13數字，並讓雙方猜拳，贏者先選擇要當甲方或乙方，甲方需要讓最後的12個數字總和能被3整除，也就是3的倍數；乙方則是要讓最後的12個數字總和不能被3整除，也就是非3的倍數。由猜拳贏者先選一數字，而另一方再選另一數字，需注意選過之數字則不可重複選用。
2. 此一來一回共進行六次，結束後將雙方所選之12個數字加總並除以3，若能被3整除則為甲方勝，反之則為乙方勝。

\*備註：若國小生或能力較不好的參與者，則可提供數字總和卡作為提示

### 四、致勝關鍵探討

1. 透過觀察數字，我們可以發現 $1+2+3+4+\dots+13$ 的總和為91，91除3會有餘數1，這是第一個線索。
2. 因此若在這13個數字當中拿走任一個除以3會餘1的數字，則剩下所有數字之總和就能夠被3整除。(例：13除以3會餘1，則 $91-13=78$ ，可以被3整除)
3. 在這13個字中，除以3會餘1的數字分別為1、4、7、10、13五數，而這五數就是數列中的「風雲數字」。
4. 根據「風雲數字」之性質，若甲方跟乙方所選擇的12個數字中包含所有的「風雲數字」，則乙方必勝。
5. 如果在六次的選擇中，乙方有兩個回合沒有選擇到「風雲數字」，則甲方就有機會獲勝，甲方完全不挑任何一個「風雲數字」，則剩下的最後一個數字就必定是「風雲數字」，其餘數字總和就可以被3整除。